



Olimpiada Națională de Matematică

Etapa locală
Județul Alba, 13 februarie 2015

Clasa a V-a

1. Se consideră șirul: 1, 5, 9, 13, 17, ...
 - a) Completați șirul cu încă doi termeni.
 - b) Arătați că termenul al 13-lea este egal cu $1 + 4 \cdot 12$, iar termenul al 14-lea este egal cu $1 + 4 \cdot 13$.
 - c) Calculați suma primilor 200 termeni.
2. Se consideră numărul natural: $N = 1 + 3^1 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2014} + 3^{2015}$.
 - a) Arătați că numărul N este divizibil cu patru.
 - b) Aflați restul împărțirii numărului N la 11^2 .
3. Determinați primele patru cifre și numărul cifrelor egale cu 0(zero) ale numărului natural $a = (3^4 \cdot 6^{2014} \cdot 5^{2015} + 3^3 \cdot 15^{2015} \cdot 2^{2016} - 3^{2014} \cdot 10^{2015}) : 3^{2014} + 2015$.
4. Un număr natural de cel puțin patru cifre are proprietatea că, **dacă se elimină ultimele două cifre, atunci numărul se micșorează de 101 ori**.
 - a) Demonstrați că dacă numărul are patru cifre, atunci cel mult două cifre sunt distincte.
 - b) Câte numere naturale de patru cifre au proprietatea din enunț.
 - c) Demonstrați că orice număr natural cu proprietatea din enunț are exact patru cifre.

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.